

中国古代数学对世界文化的伟大贡献*

顾 今 用

公元前 221 年,秦始皇灭六国,建立了中国历史上第一个中央集权的封建国家。汉承秦制,自秦至西汉中期这两百来年间,是新兴地主阶级专政巩固发展与上升的时期,法家路线占着主导地位。法家对工农业生产与科学技术比较重视,由此促进了数学的迅猛发展,出现了一批高水平的数学家,如张苍、耿寿昌等。《周髀算经》、《许商算术》与《杜忠算术》(后二者已失传),都在这时期出现。我国最主要的一部传于后世的数学著作《九章算术》,也基本上成书于西汉初年,其内容为以后一千多年的辉煌成就奠定了基础。从西汉以迄宋元,虽然有儒家思想不断干扰,但随着儒法斗争的过程,唯心论与唯物论斗争的过程,随着我国社会经济和劳动人民创造性发展,数学人才与数学创作仍世代不绝,中国的数学,在世界上可以说一直居于主导地位并在许多主要的领域内遥遥领先,直到宋末明初,宋明理学成为垄断一切的统治思想,明代并以八股取士,以及其他一些原因,科学技术的发展受到扼杀,除了民间的计算技术还有重要发展外,数学已相应地大为衰落。从明末利玛窦怀着不良企图以介绍西方数学为名打入我国统治集团内部以来,我国数学上与古代相比已谈不上什么创造,基本上依靠国外的技术输入,在外国人屁股后面爬行了。正如毛主席批评的那样“言必称希腊,对于自己的祖宗,则对不住,忘记了。”西方的大多数数学史家,除了言必称希腊以外,对于东方的数学,则歪曲历史,制造了不少巴比伦神话与印度神话,把中国数学的辉煌成就尽量贬低,甚至视而不见,一笔抹煞,对于在已成为半封建半殖民地社会中生活过来的一些旧知识分子,接触的数学都是“西方”的,看到的数学史都是“西方史家”的,对于祖国古代数学又十分无知,因而对于西方数学史家的一些捏造与歪曲无从辨别,不是跟着言必称希腊,就只好不吭声。

但是,被颠倒了的历史必须颠倒过来!

作为中国古代数学成就的具体例子,不妨看一看至少直到本世纪五、六十年代中小学的中外数学教本。

有一本西方数学史([12],这基本上是一本比较好的数学史)说:“在许多中学中,代数学现仍被教成一堆公式而不是一种演绎的科学”。

在谈到代数学的东方起源时又说:

“今日学校中的代数学和几何学仍然保持这些不同来源的标志。”

这里所谓东方起源或东方数学,乃是针对“由一些定义、假定和公理到定理的一种严格逻辑的演绎法”作为根据的所谓“欧几里得的处理”这种西方(或希腊)式数学来说,这本书所说的东方,原意是指巴比伦或是印度,而我们将会看到这个东方应指中国才算确当。诚然,中小学数学教本中的几何课程有一种特殊的表达形式,与其他算术、代数(甚至三角

* 1974 年 11 月 9 日收到。

与解析几何)的表达形式显然有别。我们不难想到,如果抽掉了东方色彩(也就是中国色彩)的算术、代数的这些部分,只保留所谓希腊式的几何部分,我们的中小学数学将成什么局面?

中小学数学中的算术、代数这些部分,从记数、以至解联立线性方程与二次方程,实质上都是中国古代数学家的发明创造,早就见之于中国的九章算术甚至是周髀算经等书,据钱宝琮考证([3]),九章算术刘徽作注是在公元 263 年,全书完成则在公元 50—100 年间。但除个别片段外,基本内容应完成于公元前 200 年或更前一些(这是某些西方数学史家的意见。有的甚至提早到公元前 1000 年,例如 [9]),九章的前身是张苍、耿寿昌的著作,张苍在秦时就已做官,耿寿昌也是西汉宣帝时人。西方的某些说法是有一定依据的。但我们仍不妨依钱说,认为是公元 50—100 年间写成的著作。另一部周髀算经则据钱宝琮考证([3])成书于公元前 100 年前后。

下面是关于算术代数部分发明创造的一张中外对照表,这里应该指出,表中虽列有印度的发明,但诚如一位印度数学史专家 Kaye 所说的那样:印度与中国的数学有很多平行之处,而印度是欠了中国的债。(参阅例如 Cajori, [6], 页 97 与 84, 又如 Scott [9]). 而且,表中所列是依据两位竭力为印度数学辩护的印度数学史家 Datta 以及 Singh ([7]) 自己的说法,这些说法即使不考虑中国的因素,也是大有疑问的。

	中	国	外	国
位值制十进位记数法	最迟九章时已十分成熟		印度最早在 6 世纪末	
分数运算	周髀已有,九章时已成熟		印度最早在 7 世纪	
十进位小数	刘徽注中引入,宋秦九韶 1247 时已通行		西欧 16 世纪时始有之,印度无	
开平方、立方	周髀已有开平方 九章中开平、立方已成熟		西方在 4 世纪末始有开平方,但尚无开立方 印度最早在 7 世纪	
算术应用	九章中有各种类型的应用问题		印度 7 世纪后的数学书中有某些与中国类似的问题与方法	
正负数	九章中已成熟		印度最早见于 7 世纪,西欧至 16 世纪始有之, 所谓公元 3—4 世纪 Diophantus 有正负数规则之说是有问题的	
联立一次方程组	九章中已成熟		印度 7 世纪后开始有一些特殊类型的方程组 西方迟至 16 世纪始有之	
二次方程	九章中已隐含了求数值解法 三国时有一般解求法		印度在 7 世纪后 阿拉伯在 9 世纪有一般解求法	
三次方程	唐初(公元 7 世纪初)有列方程法、求数值解已成熟		西欧至 16 世纪有一般解求法、阿拉伯 10 世纪有几何解	
高次方程	宋时(12—13 世纪)已有数值解法		西欧至 19 世纪初始有同样方法	
联立高次方程组与消元法	元时(14 世纪初)已有之		西欧甚迟,估计在 19 世纪	

中国的劳动人民,在长期的实践过程中,创造与发展了从记数、分数、小数、正负数以及无限逼近任一实数的方法,实质上达到了整个实数系统的完成。特别是自古就有了完美的 10 进位位值制的记数法。这是中国的独特创造,是世界其他古代民族都没有的。这

一创造对世界文化贡献之大,如果不能与火的发明相比,也是可以与火药、指南针、印刷术一类发明相媲美的。

代数学无可争辩地是中国的创造,从九章以至宋元的秦九韶与朱世杰发展的线索甚为分明,甚至可以说在 16 世纪以前,除了阿拉伯某些著作之外,代数学基本上是中国一手包办了的。但中国古代数学的成就决不止于算术与代数方面,以几何而论,希腊欧几里得几何的拱心石是毕达哥拉斯定理(语出 Bourbaki, [5]) 或即勾股定理。这一定理我国古代自然也早已有之。但中外数学史家提到中国的勾股定理时,或则引述周髀而只及勾三股四弦五这一特例,或则虽引述一般定理而最早只及九章,其实在周髀中就已有一般定理的叙述:

“若求邪至日者,以日下为勾,日高为股,勾、股各自乘,并而开方除之,得邪至日。”

不仅如此,勾股定理还被具体用于勾股弦的直接互求,甚至应用于测日之高远这一类复杂问题。这与欧几里得几何中理论脱离实际的情况是迥不相同的。中国的几何学与希腊的几何学有许多不同之处,其详细比较有待阐发。

对于三角学中国也是最早发明者之一。西方数学史家一般都把《天文书》(Almagest)的作者托雷米(Ptolemy, 公元 150 年左右)作为三角术的创始人,而把中国的三角术视为是受了他的影响,例如,在西方数学史[12]中说:

中国“有一些三角学,主要是在《海岛算经》中,但是,由于这算经被归之于纪元后第三世纪,我们就不可以不考虑西方影响了。”

诚然,《海岛算经》的作者刘徽是公元三世纪时人,但据刘徽九章注自序,《海岛算经》本是九章注第十卷《重差》,而东汉末郑玄《周礼注》引郑众注周礼“九数”(约公元 50 年)语云“今有重差、勾股”。可见刘徽《海岛》的前身乃是汉时的重差术。如果把《海岛》测高远之法具体分析,可见重差之法由来已久,周髀中:

“周髀长八尺,夏至之日晷一尺六寸。……正南千里,勾一尺五寸。正北千里,勾一尺七寸。……从此以上至日,则八万里。”

这正与《海岛算经》中“今有望海岛”的第一题是一样的。诚然周髀视地为平地是一种错误,但它所依据的三角测量原理是正确无误的,也正因为如此,周髀以之观天者,刘徽以之测地,而建立了以重差为基础的三角测量术。这种三角测量术的目的与方法在周髀中都早已有所说明,周髀引陈子之言“望高起远”是它的目的,引商高之言“平矩以正绳,偃矩以望高,复矩以测深,卧矩以知远”是它的方法。刘徽把“度天圆穹之象”改为度“泰山之高与江海之广”,又触类而长为“度高者重表,测深者累矩,孤离者三望,离而又旁求者四望”,无非是周髀立两表以测日高这一三角测量术的发展与推演而已。

西方的三角术是先有球面三角后有平面三角。托雷米的《天文书》主地球中心说,他的三角术由测天而来,因而是球面三角术。至于平面三角术则迟至公元 1250 年才由波斯天文学家纳速刺丁所建立。但在我国则不论是周髀观天还是海岛测地,一开始就是平面三角术。东西方三角术的发展途径是刚巧相反的,很难谈到有什么相互影响。如果说有影响,那么周髀早于《天文书》有好几百年,只有说托雷米受到中国的影响才更合理。前引西方数学史家关于中国三角学之说显然是颠倒了历史事实。

在西欧,16 世纪中出现了不少描述三角测量的图画,其中有一张名“鼓皮三角法”,所

画正如周髀赵爽注所附的日高图(也即重差原理图)的一个翻版,这也可以见到我国三角测量术的先进程度。(画见 Smith, [10], 页 355)

到西欧 17 世纪以后才出现的解析几何与微积分,乃是通向所谓近代数学的主要的两大创造,一般认为这些创造纯粹是西欧数学的成就。但是中国的古代数学决不是不起着重大作用(甚或还是决定性的作用)。

先说解析几何, Smith([11], 页 316,) 曾认为解析几何的发展有三个主要步骤: (1) 座标系统的发明; (2) 几何与代数间一一对应的认识; (3) 函数 $y = f(x)$ 的图形表示, 第一步属于古代, 第二步属于中世纪, 第三步则是近代的。

西方向来认为 17 世纪的 Descartes (以及 Fermat) 是解析几何的创始人, 但实际上 Descartes 的有关主要著作中既无坐标也无坐标轴的概念, 更无所谓直线与曲线的方程。Descartes 的贡献是在第二步, 即几何与代数建立关系方面, 在他的主要著作中, 给出了二次方程的几何解法, 但阿拉伯最早的代数学即 Al-Khowarizmi (花刺子模) 的著作(公元 9 世纪)也早已用另一种较 Descartes 更好的方法给出了二次方程的几何解。事实上几何与代数的统一处理乃是我国古代数学的一个传统特色, 从九章以来就向来如此, 花刺子模的著作据 Cajori [6] 与希腊印度无关, 如果不是阿拉伯自己的发明创造, 则必然渊源于中国, 从著作的风格看来, 后者是不无可能的。这一段历史自然是值得重视并予以澄清的。现已知花刺子模在 842—847 曾出使波斯以北当东西方商业要冲的西突厥可萨国, 而可萨通中国语, 朝廷依中国礼仪([13], Addenda), 详情有待进一步调查。

至于第一步, 西方数学史家比较一致地认为真正的坐标概念出现于 14 世纪中叶 Oresme 关于以“经度”、“纬度”来表示点的位置的一个著作。据 Smith 指出([11], 页 320 注), Oresme 的著作可能导源于 10 世纪时的一个作品。这里 10 世纪的作品估计应是阿拉伯的。在我国, 则周髀中已有“分度以定则正督经纬”以及“游仪所至之尺为度数”等语, 注中并屡言“引绳至经纬之交, 以望之。”中国又有世界上最早的星表(甘石星经, 战国中叶, 公元前三百五十六年), 公元 2 世纪张衡就作星图与浑天仪, 又有世界上最早的石刻星图(宋, 公元 1247 年, 在苏州)。由此可以看到以经纬度表星的位置的这种座标概念我国是最早的创始人之一。我国的天文数学历来紧密结合。我国又是罗盘的发明者并曾经是航海最发达的国家之一。用经纬度表位置的概念与方法在后来必然有所发展, 其演变以及与阿拉伯西欧的关系, 是值得把它追查清楚的。

微积分, 这是使西欧数学一跃而居世界领导地位的重大发明创造, 在我国似乎是没有份的。但是微积分的发明从 Kepler 到牛顿有一段艰难的过程。在作为产生微积分所必要的准备条件中, 有些是在我国早已有之, 而为希腊式的数学所力所不及的。例如(见 Scott, [9], 页 138):

“极限的概念, 作为微分学的真正基础, 对于希腊头脑来说完全象是一个外国人。”

希腊数学中被认为最辉煌的创造之一的无理数论, 对于极限来说是华而不实的, 而从刘徽以至宋代的我国十进位小数的记数法, 却与极限概念一衣带水。十进位小数迟至 16 世纪在西欧重被发明以来, 直接导致了对数的发明。作为微积分先驱者之一的 Kepler, “广泛应用了对数与十进位分数, 且热情地传播这方面的知识。”(Cajori, [6], 页 160), 是有一定的道理的。面积体积的计算乃是导致微积分发明的另一重要问题。然而, 原来希腊

欧几里得以至阿基米德所使用的“穷竭法”是很不得力的, Kepler 用之劳而少功,直到伽利略的学生 Cavalieri 放弃了严密的穷竭法改用粗糙的不可分量法才取得了重大的突破. 在微积分的创造过程中起了如此重大作用为西方数学史家盛称的所谓 Cavalieri 原理,事实上早就见之于祖冲之、祖暅父子的著作,即所谓“幂势既同则积不容异”并具体用之于球体积的计算,比 Cavarieli 的发现要早了 1100 多年.

微积分的发明从 Kepler 与 Galileo 以至 Newton 与 Leibniz 经历过一段艰苦漫长的过程. 上面所举两个例子可以说明发明过程中中国古代数学的作用远优于希腊式的数学,我们甚至不无理由可以这么说,微积分的发明乃是中国式数学战胜了希腊式数学的产物.

我们还可以指出,所谓插值法(以及二项式系数)在整个 17 世纪中受到重视,从 Kepler 以至 Huygens 与 Newton 这些最著名的数学家都参加了这一工作. 在实际应用上这是编造各种表格(三角表,对数表,航海用表以及天文表)所必需,在理论上又为求得精密逼近而为通向微积分的重要途径之一,它的受到重视是应当的(参阅 Bourbaki, [5]). 然而,插值法即我国古代数学中的招差术,从九章算术盈不足术的直线内插法历经东汉刘洪,隋刘焯,唐僧一行与徐昂,到元郭守敬与朱世杰的四次招差术,实质上已到达了所谓 Newton 的一般插值公式,而后者出现于 1676 年,朱世杰则是元十三、四世纪时人,早于 Newton 约 300 年. 从插值公式通过极限即得 Taylor 公式,原来 Taylor 即是通过这一方式来得到所谓 Taylor 展开的.

中国古代数学至少自秦汉有记载以来,许多方面一直居于世界上的遥遥领先的地位,发展到宋元之世,已经具备了西欧 17 世纪发明微积分前夕的许多条件. 不妨说我们已经接近了微积分的大门. 尽管历代都有儒法斗争,儒家思想的阻扰放慢了数学发展的速度,甚至使许多创造湮没不彰或从此失传,但我们还是有可能先于欧洲发明微积分的. 然而,宋朝的程朱理学已使当时的一些优秀数学家(例如杨辉)浪费精力于纵横图之类的数学游戏,陷入神秘主义,违反了我国自古以来的优良传统,到了明朝八股取士,理学统治了学术界的思想,我国的数学也就从此一落千丈了.

西方数学史家往往以希腊式的严密推理相标榜,并以中国数学从来没有达到演绎科学的形式相指责. 然而,我们已经看到,在微积分的发明上希腊形式的那种脆弱性以及与之相较中国式数学的生命力. 某些数学史家例如 Bourbaki [5] 也曾指出欧几里得的那种系统阻碍了代数学的发展并使之瘫痪,在将 Cavalieri 与亚基米德作比较时, Bourbaki 又指出亚基米德只能得到 Cavalieri 原理很特殊的情况,而与 Cavalieri 作出他的原理用了不很科学的所谓“证明”相仿,亚基米德为了获得他的特殊情况的“证明”,也不得不把他著名的所谓亚基米德严密性弃之脑后. 我国古代数学并没有发展出一套演绎推理的形式系统,但却另有一套更有生命力的系统. 刘徽九章注序中说“析理以辞,解体用图”. 刘徽海岛算经本来有注有图,注以析理,图以解体,只是已失传而已,这是古代数学用以分析矛盾解决矛盾的一种辩证思维方法. 中国古代的劳动人民向来重视实际,善于从实际问题中提炼问题,进而分析问题解决问题,在深入广泛实践的基础上往高里提,建立了世界上最先进的我国古代数学. 中国的数学是牢牢扎根于广大劳动人民之中,是导源于劳动人民长期实践经验的基础之上的,这与希腊几何学脱离实际脱离群众走到纯逻辑推理的形式主义道路是有别的. 这正是直至 16 世纪以前我国数学在许多最主要的领域内一直居于

最先进地位的根本原因,也是在微积分的发明上中国式的数学远远优越于希腊式数学的根本原因.明清以来我国数学的落后,乃是宋明理学八股取士堵塞了数学的发展道路,是儒家的思想统治所造成.西方数学史家把它归之于我国数学的缺少演绎推理与历史事实完全不符.恩格斯曾经说过(见[1]):

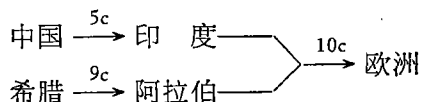
“数学演算适合于物质的证明,适合于检验,因为它们是建立在物质直观(尽管是抽象的)的基础上的;而纯逻辑演算只适合于推理证明,因此没有数学演算所具有的实证的可靠性——而且其中许多还是错误的!”

这是我国数学对希腊式数学来说具有极大优越性的一个很好的说明.

钱宝琮在《中国古代数学的伟大成就》一文([4])中曾说:

“第五世纪以后,大部分印度数学是中国式的,第九世纪以后,大部分阿拉伯数学是希腊式的,到第十世纪中这两派数学合流,通过非洲北部与西班牙的回教徒,传到欧洲各地,于是欧洲人一方面恢复已经失去的希腊数学,一方面吸收有生力量的中国数学,近代数学才开始辩证的发展.”

这段数学发展过程可概括为下面的简图(c表示世纪):



根据前面的论证,我们认为有理由可以进一步说:近代数学之所以能够发展到今天,主要是靠中国的数学,而非希腊的数学,决定数学历史发展进程的主要是中国的数学而非希腊的数学.

以上抛砖引玉,论证粗疏不全之处,希望进一步补充阐发.论证偏激不当之处,则希望引起争鸣.

参 考 文 献

- [1] 马克思数学手稿,北京大学学报专刊,1974年5月.
- [2] 算经十书(钱宝琮校点),中华书局,1963.
- [3] 钱宝琮,中国数学史,科学出版社,1964.
- [4] 钱宝琮,中国古代数学的伟大成就,科学通报,1951,2卷,10期,1041—1043.
- [5] Bourbaki N., *Eléments d'histoires des mathématiques*, 1969.
- [6] Cajori F., *A history of mathematics*, 2nd ed, 1919.
- [7] Datta B., Singh A. N., *History of Hindu mathematics*, 1962.
- [8] Mikami Y., (三上义夫), *The development of mathematics in China and Japan*, 1913.
- [9] Scott, *A history of mathematics*, 1958.
- [10] Smith D. E., *Source book in mathematics*, 1929.
- [11] ———, *History of mathematics*, 1925.
- [12] Struik D. J., *A concise history of mathematics*, 1948.
- [13] Needham J., *Science and Civilization of China*, V. 3, 1971.